LOGARITMO

Crescimento de bactérias

$f(x) = 1.000 \cdot 2^x$

O número de bactérias em uma cultura **duplica a cada hora**. Inicialmente, essa cultura possui **1.000 bactérias**.

a) Após quantas horas a cultura terá 16.000 bactérias?

$1.000 \cdot 2^x = 16.000$

$2^x = 16$

$2^x = 2^4$

$\Rightarrow x = 4$

b) Após quantas horas a cultura terá 17.000 bactérias?

$1.000 \cdot 2^x = 17.000$

$2^x = 17$

$\Rightarrow x = \log_2 17$

Definição de logaritmo

$$\log_a^b = x \iff a^x = b$$

Lê-se: o logaritmo de *b* na base *a* é igual a *x*

Condição de existência:

- $a > 0$ e $a \neq 1$
- $b > 0$

Exemplos

a) $\log_2 8$

b) $\log_{10} 100$

c) $\log_3 81$

d) $\log_4 64$

e) $\log_e 1$

f) $\log_{1/3} 9$

g) $\log_{1/5} 125$

h) $\log_2 1/32$

Atividade resolvida

Pág. 89: 1

Pág. 89: 2

Exercícios

Pág. 91: 1

Pág. 91: 2

Pág. 91: 3

Exercícios

1. Escreva no caderno o valor dos logaritmos:

a) $\log_9 1$ b) $\log_8 8$ c) $\log_{\frac{1}{10}}\left(\frac{1}{10}\right)^3$ d) $5^{\log_5 7}$ e) $\log_{\sqrt{10}}\sqrt{10}$ f) $\log_{\frac{1}{3}} 3^5$

2. Aplicando a definição, calcule o valor dos logaritmos:

a) $\log_{\sqrt{8}} 4$ b) $\log_5 0{,}000064$ c) $\log_{49}\sqrt[3]{7}$ d) $\log_2 \frac{1}{16}$ e) $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{32}$ f) $\log_{\frac{1}{4}} 1024$

3. Determine o valor das expressões a seguir.

a) $\log_5 \frac{1}{25} + \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{4}$ b) $\log_{\frac{1}{3}} 27 + \log_{10} 0{,}001 - \log_{0{,}1} 10\sqrt{10}$

Propriedades dos Logaritmos

log 2 = 0.3

log 3 = 0.5

log 5 = 0.7

Logaritmo do produto: $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

a) log 6

b) log 20

c) log 150

Propriedades dos Logaritmos

log 2 = 0.3

log 3 = 0.5

log 5 = 0.7

Logaritmo do quociente: $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

a) log 1,5

b) log 0,2

c) log 0,6

Propriedades dos Logaritmos

log 2 = 0.3

log 3 = 0.5

Logaritmo da potência: $\log_a(b^n) = n \cdot \log_a b$

a) log 9

b) log 48

c) log 72

Propriedades dos Logaritmos

log 3 = 0.5

log 5 = 0.7

Mudança de base: $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

a) $\log_3 5$

b) $\log_3 15$

c) $\log_5 0{,}3$

Exemplos

Sabendo que **log 2 = 0.3**, **log 3 = 0.5** e **log 5 = 0.7**, calcule:

a) log 75

b) log $\sqrt{\frac{8}{27}}$

c) $\log_3$ 0,16

d) $\log_2$ 250

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

$$f(x) = c \cdot \log_a^{bx}$$

- $a > 1$, crescente
- $0 < a < 1$, decrescente

$a > 0$ e $a \neq 1$

$b > 0$

$D = \mathbb{R}_+^*$ domínio

$Im = \mathbb{R}$ imagem

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Escala musical

(número de semitons de uma nota com frequência f)

$$n(f) = 12\log_2\left(\frac{f}{440}\right)$$

Escala de Richter

(magnitude de um terremoto com intensidade I)

$$M(I) = \frac{2}{3}\log\left(\frac{I}{7\cdot 10^{-3}}\right)$$

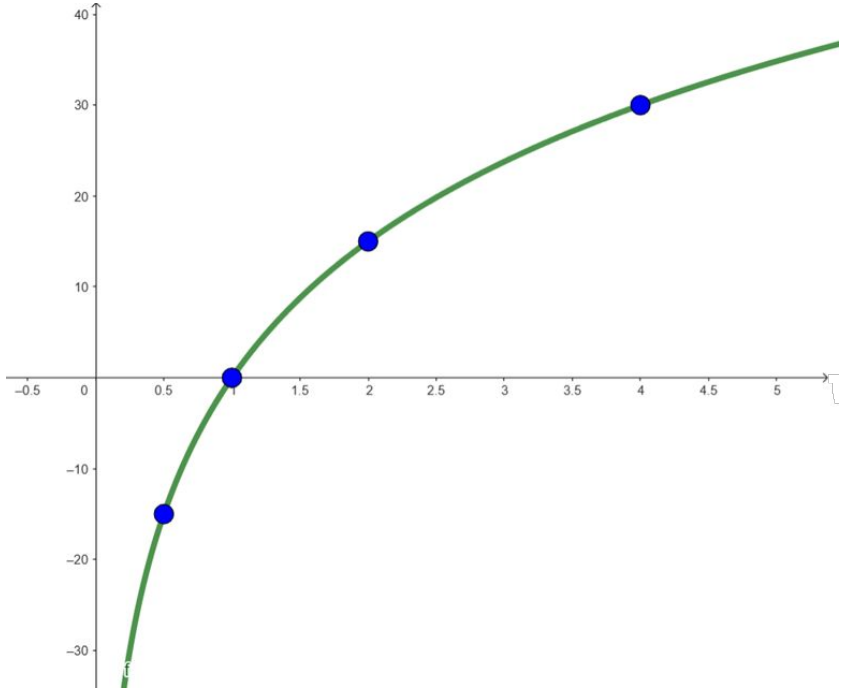
Poluição sonora

(nível de som de ruídos com intensidade I)

$$N(I) = 10\log\left(\frac{I}{10^{-16}}\right)$$

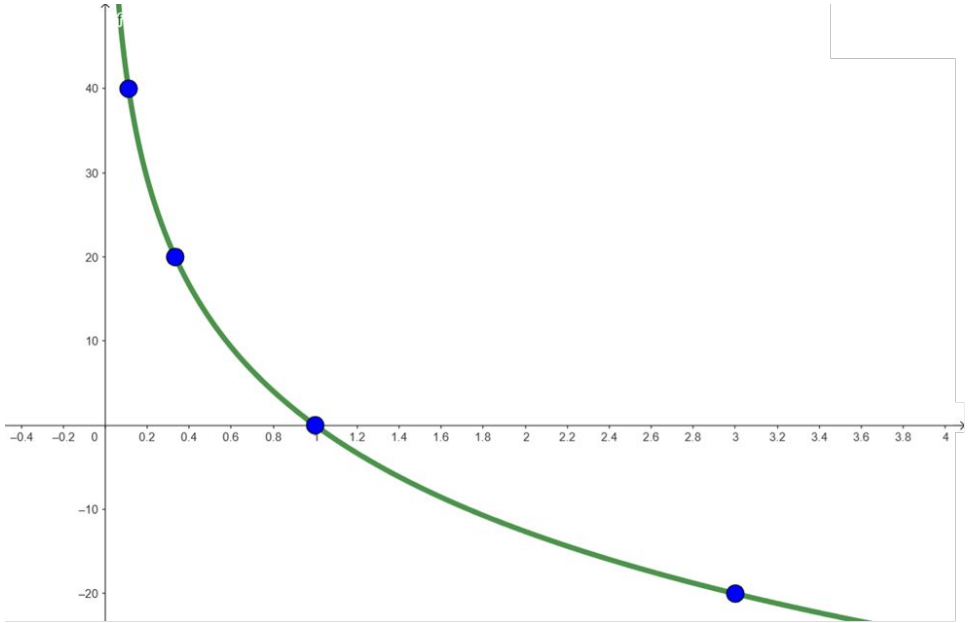
FUNÇÃO LOGARÍTMICA

x	$f(x) = 15 \cdot \log_2 x$
1/4	$15 \cdot \log_2(1/4) =$
1/2	$15 \cdot \log_2(1/2) =$
1	$15 \cdot \log_2(1) =$
2	$15 \cdot \log_2(2) =$
4	$15 \cdot \log_2(4) =$
…	…

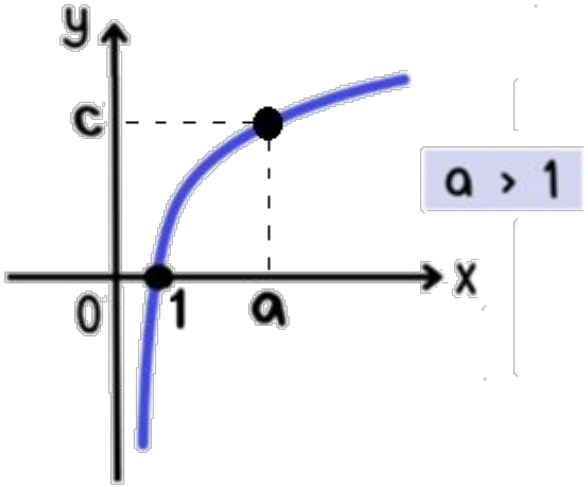


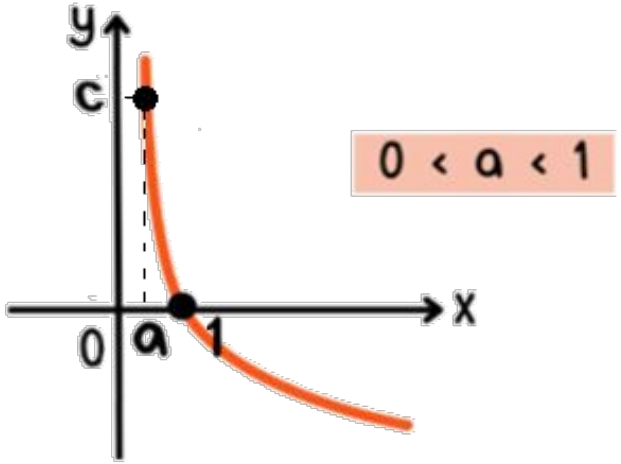
FUNÇÃO LOGARÍTMICA

x	$f(x) = 20 \cdot \log_{1/3} x$
1/9	$20 \cdot \log_{1/3}(1/9) =$
1/3	$20 \cdot \log_{1/3}(1/3) =$
1	$20 \cdot \log_{1/3}(1) =$
3	$20 \cdot \log_{1/3}(3) =$
9	$20 \cdot \log_{1/3}(9) =$
…	…



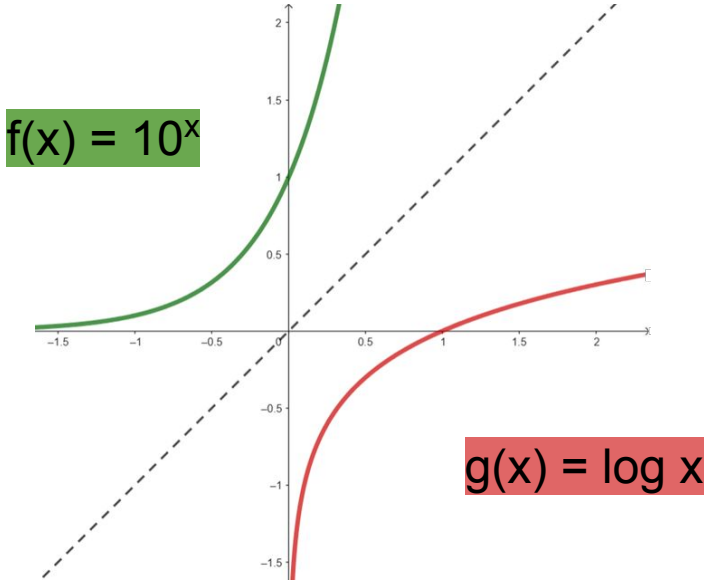
FUNÇÃO LOGARÍTMICA





⚠ **A curva nunca toca o eixo y.**

FUNÇÃO LOGARÍTMICA



A função exponencial é a inversa da função logarítmica.

Exercícios

Pág. 112: 1, 4 e 7

Pág. 113: 11 e 12

Exercícios

1. (UERJ) Admita que, em um determinado lago, a cada 40 cm de profundidade, a intensidade de luz é reduzida em 20%, de acordo com a equação $I = I_0 \cdot 0{,}8^{\frac{h}{40}}$, na qual I é a intensidade da luz em uma profundidade h, em centímetros, e I_0 é a intensidade na superfície. Um nadador verificou, ao mergulhar nesse lago, que a intensidade da luz, em um ponto P, é de 32% daquela observada na superfície. A profundidade de P, em metros, considerando $\log_2 = 0{,}3$, equivale a:

a) 0,64

b) 1,8

c) 2,0

d) 3,2

Exercícios

4. (UFMG) O pH de uma solução aquosa é definido pela expressão $pH = -\log[H^+]$, em que $[H^+]$ indica concentração, em mol/l, de íons de hidrogênio na solução e log, o logaritmo na base 10.

Ao analisar uma determinada solução, um pesquisador verificou que, nela, a concentração de íons de hidrogênio era $[H^+] = 5{,}4 \cdot 10^{-8}$ mol/l.

Para calcular o pH dessa solução, ele usou os valores aproximados de 0,30 para log 2, e de 0,48 para log 3. Então, o valor que o pesquisador obteve para o pH dessa solução foi:

a) 7,26
b) 7,32
c) 7,58
d) 7,74

Exercícios

7. (FGV-SP) Em uma máquina fotográfica, a abertura na lente, pela qual passa a luz, é indicada pela letra *f*. Admita que a fórmula que fornece a medida da luz (*S*) que passa pela abertura, em função do valor de *f*, para uma câmera de lente 35 mm, seja dada por $S = \log_2 f^2$.

FGV-SP

A imagem indica uma lente 35 mm de abertura máxima igual a 1,4. Adotando $\log 2 = 0{,}301$ e $\log 7 = 0{,}845$, o valor de *S* para a abertura máxima dessa lente é, aproximadamente,

a) 0,91.
b) 0,93.
c) 0,95.
d) 0,97.
e) 0,99.

Exercícios

11. (UFPR) Um tanque contém uma solução de água e sal cuja concentração está diminuindo devido à adição de mais água. Suponha que a concentração $Q(t)$ de sal no tanque, em gramas por litro (g/L), decorridas t horas após o início da diluição, seja dada por

$$Q(t) = 100 \times 5^{-0,3t}$$

Assinale a alternativa que mais se aproxima do tempo necessário para que a concentração de sal diminua para 50 g/L. (Use $\log 5 = 0,7$)

a) 4 horas e 45 minutos.
b) 3 horas e 20 minutos.
c) 2 horas e 20 minutos.
d) 1 hora e 25 minutos.
e) 20 minutos.

Exercícios

12. (Uneb-BA) Segundo uma pesquisa, após t meses da constatação da existência de uma epidemia, o número de pessoas, por ela atingidas, é obtido por $N(t) = \frac{10000}{1+8\cdot 4^{-2t}}$.

Considerando-se que o mês tenha 30 dias, $\log 2 = 0{,}30$ e $\log 3 = 0{,}48$, pode-se estimar que 2500 pessoas serão atingidas por essa epidemia em, aproximadamente,

a) dez dias.

b) vinte e seis dias.

c) três meses.

d) dez meses.

e) um ano.